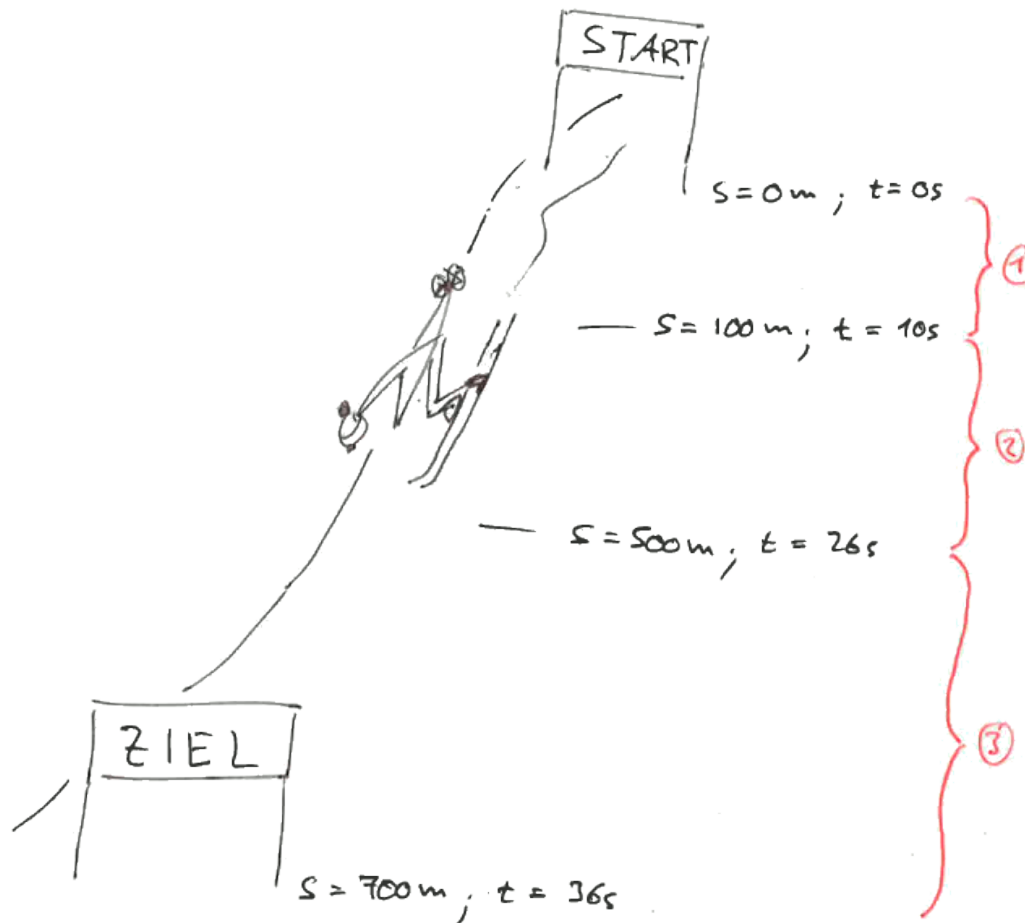
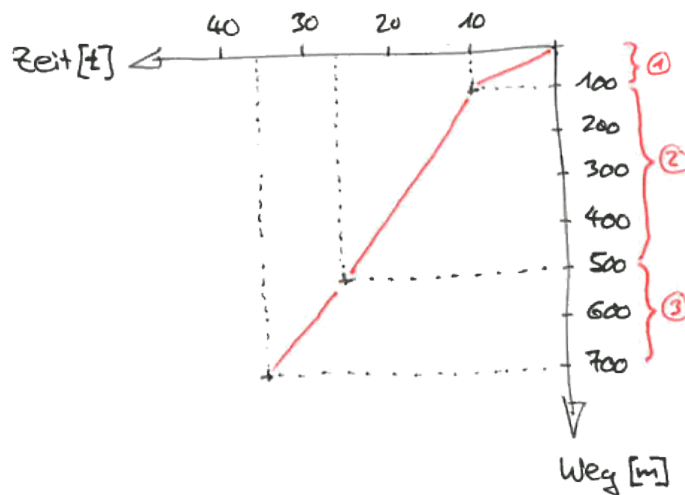


Mittlere Geschwindigkeit, Momentangeschwindigkeit

Ein Skirennen findet statt. Die gefahrene Zeit wird mittels Zeitmessung erfasst. Die Länge der Strecke ist bekannt.



Im einem Weg-Zeit-Diagramm sind die verschiedenen Bereiche der Rennstrecke dargestellt.



Mittlere Geschwindigkeit: Die mittlere Geschwindigkeit des Skifahrers erhält man, indem die Länge der Strecke durch die Fahrzeit geteilt wird.

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Wir bestimmen die mittlere Geschwindigkeit in den Bereichen (1), (2) und (3).

$$\bar{v}_{(1)} = \frac{100 \text{ m}}{10 \text{ s}} = \underline{\underline{10 \text{ m/s}}} \quad (= 36 \text{ km/h})$$

$$\bar{v}_{(2)} = \frac{400 \text{ m}}{16 \text{ s}} = \underline{\underline{25 \text{ m/s}}} \quad (= 90 \text{ km/h})$$

$$\bar{v}_{(3)} = \frac{200 \text{ m}}{10 \text{ s}} = \underline{\underline{20 \text{ m/s}}} \quad (= 72 \text{ km/h})$$

Momentangeschwindigkeit: Um die Momentangeschwindigkeit an der steilsten Stelle zu ermitteln, wird eine zweite Meßstrecke (100m bis 500m) mit Zeitmessung angelegt. Je kürzer die Meßstrecke, desto weniger ändert sich die Geschwindigkeit während der Messung und desto mehr nähert man sich an die Erfassung einer momentanen Geschwindigkeit an. Letztendlich führt dies zum Grenzwert der Mittleren Geschwindigkeit für eine unendlich kurze Meßstrecke.

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = v_{\text{momentan}}$$

Bemerkung: Je kürzer die Meßstrecke, desto genauer kann die Geschwindigkeit lokalisiert werden, dafür wird aber die Zeitmessung und damit die ermittelte Geschwindigkeit zunehmend ungenau.

Umrechnung von Geschwindigkeiten

Die gebräuchlichsten Einheiten von Geschwindigkeit sind [km/h] und [m/s]

$$v \text{ [m/s]} \cdot \frac{1}{1000} \text{ [km/m]} \cdot 3600 \text{ [s/h]} = v \text{ [km/h]}$$

$$\Rightarrow v \text{ [km/h]} = v \text{ [m/s]} \cdot 3.6$$

$$v \text{ [m/s]} = \frac{v \text{ [km/h]}}{3.6}$$

Relativgeschwindigkeit

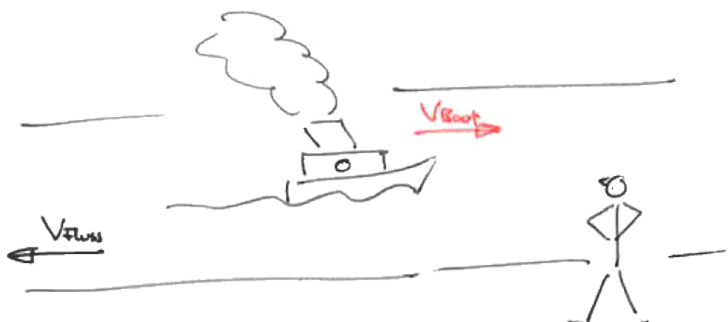
Ein Boot gleitet an einem Beobachter am Ufer vorbei. Je nach Blickwinkel wird diese Situation anders wahrgenommen.



Für den Kapitän ruht das Boot. Für den Beobachter am Ufer zieht das Boot mit der Geschwindigkeit V_{FLUSS} vorbei.



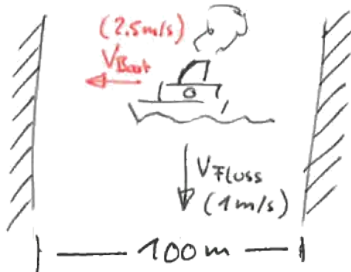
Für den Kapitän fährt das Boot mit V_{BOOT} . Für den Beobachter am Ufer zieht das Boot mit $V_{\text{BOOT}} + V_{\text{FLUSS}}$ vorbei.



Für den Kapitän fährt das Boot mit V_{BOOT} . Für den Beobachter am Ufer zieht das Boot mit $V_{\text{BOOT}} - V_{\text{FLUSS}}$ vorbei.

Bemerkung: Geschwindigkeit ist eine gerichtete Grösse (Vektor), kann also als Pfeil dargestellt werden. Zwei Geschwindigkeiten, z.B. entlang des Flusses und quer zum Fluss, sind unabhängig voneinander und beeinflussen einander nicht.

- a) Wie lange braucht das Boot für die Überfahrt zum anderen Ufer? Das Boot fährt quer zur Flussrichtung. Die Strömung beeinflusst die Geschwindigkeit nicht.



$$\begin{aligned}
 t &= \frac{s}{v} && \text{Flussbreite} \\
 &= \frac{100 \text{ m}}{2.5 \text{ m/s}} && \text{V}_{\text{Boot}} \\
 &= \underline{\underline{40 \text{ s}}}
 \end{aligned}$$

- b) Wie weit wird es dabei abgetrieben? Durch die Strömung wird das Boot abgetrieben und zwar so lange, wie es für die Überfahrt braucht.

$$\begin{aligned}
 s &= v \cdot t && \text{V}_{\text{Fluss}} \\
 &= 1 \text{ m/s} \cdot 40 \text{ s} && \text{Zeit für die Überfahrt} \\
 &= \underline{\underline{40 \text{ m}}}
 \end{aligned}$$

- c) Wie lange braucht es, um diese Strecke wieder flussaufwärts zu fahren? Um auf gleicher Höhe wie am Anfang zu sein, muss das Boot diese Strecke flussaufwärts fahren. Die Geschwindigkeit ergibt sich aus $V_{\text{BOOT}} - V_{\text{FLUSS}}$.

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{s}{v} && \text{Strecke, die das Boot abgetrieben ist} \\
 &= \frac{40 \text{ m}}{1.5 \text{ m/s}} && \text{V}_{\text{Boot}} - \text{V}_{\text{Fluss}} \\
 &= \underline{\underline{26,7 \text{ s}}}
 \end{aligned}$$

- d) In welchem Winkel muss das Boot fahren, damit es bei der Überfahrt nicht abtreibt? Damit das Boot nicht abtreibt, muss die Strömung kompensiert werden. Das wird dadurch erreicht, dass das Boot bei der Überquerung leicht schräg ausgerichtet wird. Der Winkel muss so sein, dass die senkrechte Komponente des Geschwindigkeitsvektors genau der Flussgeschwindigkeit entspricht.



$$\begin{aligned}
 \frac{V_{\text{Fluss}}}{V_{\text{Boot}}} &= \sin(\alpha) \\
 \alpha &= \arcsin\left(\frac{1}{2.5}\right) = \underline{\underline{23.6^\circ}}
 \end{aligned}$$

- e) Wie lange braucht es dann, bis es das andere Ufer erreicht hat? Die Geschwindigkeit quer zum Fluss ist etwas geringer als V_{BOOT} , deshalb dauert es etwas länger.

$$\frac{v_{\text{quer}}}{V_{\text{Boot}}} = \cos(\alpha)$$

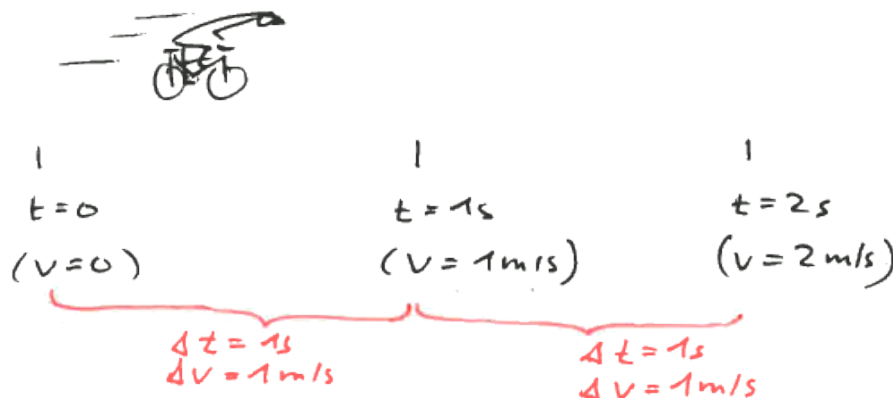
$$\Rightarrow v_{\text{quer}} = V_{\text{Boot}} \cdot \cos(\alpha)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow t &= \frac{s}{v_{\text{quer}}} \\
 &= \frac{100 \text{ m}}{2.5 \text{ m/s} \cdot \cos(23.6^\circ)} \\
 &= \underline{\underline{43.6 \text{ s}}}
 \end{aligned}$$

Beschleunigung

Unter Beschleunigung versteht man die Geschwindigkeitsänderung pro Zeit, d.h. um wie viel erhöht (oder verringert) sich die Geschwindigkeit pro Zeit.

Beispiel: Ein Fahrradfahrer fährt los und erhöht seine Geschwindigkeit um 1m/s pro Sekunde, wird also jede Sekunde 1m/s schneller.



Wir erhalten also für die Beschleunigung (a : Beschleunigung *engl. acceleration*):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1\text{m/s}}{1\text{s}} = \underline{\underline{1\text{m/s}^2}}$$

Die Einheit $[\text{m/s}^2]$ ergibt sich aus Geschwindigkeit $[\text{m/s}]$ pro Sekunden $[\text{s}]$.

Graphische Darstellung: Aus der graphischen Darstellung finden wir den Zusammenhang von Beschleunigung, Geschwindigkeit und Wegstrecke. Die Beschleunigung (1m/s^2) hat immer denselben Wert (a - t -Diagramm). Dadurch erhöht sich die Geschwindigkeit gleichmässig (v - t -Diagramm) und der zurückgelegte Weg nimmt quadratisch mit der Zeit zu (s - t -Diagramm). Der Verlauf von Geschwindigkeit ergibt sich aus der Fläche unter der Beschleunigung und die Weglänge aus der Fläche unter der Geschwindigkeit.

